Название статьи:

«Метод оценки с помощью линейной суперпозиции функций»

Автор: Белов Денис Валерьевич, студент ВШПП (г. Самара),

E-mail: beliyden@mail.ru.

Содержание

Введение

Согласно ФСО-1, раздел II, итоговая стоимость объекта оценки определяется путем расчета стоимости объекта оценки при использовании подходов к оценке и обоснованного оценщиком согласования (обобщения) результатов, полученных в рамках применения различных подходов к оценке. Причем, подход к оценке представляет собой совокупность методов оценки, объединенных общей методологией. Методом оценки является последовательность процедур, позволяющая на основе существенной для данного метода информации определить стоимость объекта оценки в рамках одного из подходов к оценке.

Методов, осуществляющих оценку в настоящее время существует десятки. Не будем перечислять их в данной статье, они широко известны. Каждый из методов имеет свою точность и пределы применимости, в зависимости от подхода, вида оцениваемого имущества, количества и качества имеющейся в распоряжении у оценщика информации. В настоящей статье, описывается метод, который, как надеется автор, позволит повысить эффективность работы оценщика, сократив время в результате унификации некоторых методов. Также позволит повысить точность определения стоимости имущества, так как при некоторых условиях – при наличии большого объема статистических данных, точность метода повышается.

1 Введение полиномиальной зависимости

1.1 Основные свойства системы линейных уравнений

Рассмотрим функцию вида:

$$F(x) = a_n \cdot f_n(x) + a_{n-1} \cdot f_{n-1}(x) + ... + a_1 \cdot f_1(x) + a_0, \quad (1.1.1)$$

где $f(x)$ - функции от независимой переменной x, нелинейные относительно друг друга,

$F(x)$ - функция от переменной x,

a_n - коэффициент при переменной в степени n.

График данной функции в общем виде представлен на (рис 1.1.1)

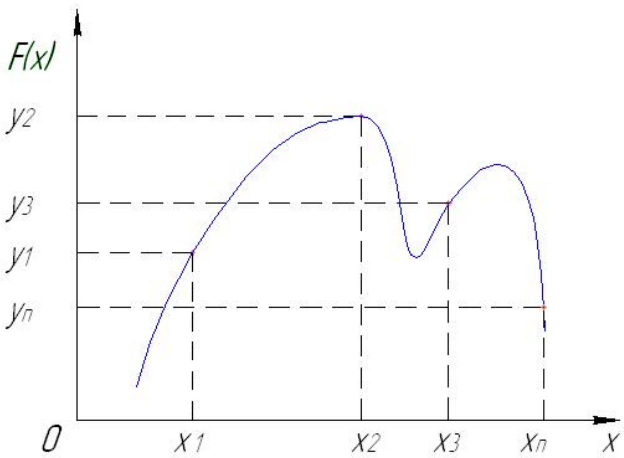

Рисунок 1.1.1 - График функции вида $F(x) = a_n \cdot f_n(x) + a_{n-1} \cdot f_{n-1}(x) + ... + a_1 \cdot f_1(x) + a_0$.

Покажем, что через любое количество точек n на плоскости можно провести график функции вида (1.1.1) со степенью при старшем члене большей, чем $n-1$. Причем при степени при старшем члене равной $n-1$, функция отображает точки на плоскости единственным образом, причем точки не совпадают друг с другом. Для этого составим систему вида:

$$\begin{cases} F(x_1) = y_1 = a_{n-1} \cdot f_n(x_1) + ... + a_1 \cdot f_1(x_1) + a_0, \\ F(x_2) = y_2 = a_{n-1} \cdot f_n(x_2) + ... + a_1 \cdot f_1(x_2) + a_0, \\ ..., \\ F(x_n) = y_n = a_{n-1} \cdot f_n(x_n) + ... + a_1 \cdot f_1(x_n) + a_0. \end{cases} \quad (1.1.2)$$

Из теоремы о совместности системы линейных уравнений из линейной алгебры следует, что данная система линейных по отношению к a уравнений имеет единственное тривиальное решение, если количество неизвестных коэффициентов a равно количеству уравнений и определитель данной системы не равен нулю. Последнее условие удовлетворяется, если точки не совпадают друг с другом. В данном случае количество уравнений n, а степень при старшем члене - $n-1$. Очевидно, что при большем количестве коэффициентов чем n система имеет бесконечное множество нетривиальных решений, а при меньшем, чем n - не имеет решение – система (1.1.2) противоречива, так как точки не совпадают и уравнения в системе линейно независимы по отношению друг к другу.

Таким образом, можно сделать вывод, что любое количество пар значений n описывается выражением вида (1.1.1), причем, описывается единственным образом, если степень при старшем члене равна $n-1$.

Также можно показать, что если функция вида $y = \Phi(x)$ удовлетворяет условиям: $y = \Phi^I(F(x))$ - определена на $F(x)$ и существует функция $x = \Phi^I(y)$, обратная $y = \Phi(x)$, то справедливы вышесказанные свойства и для выражения вида:

$$F(x) = \Phi(a_n \cdot f_n(x) + a_{n-1} \cdot f_{n-1}(x) + ... + a_1 \cdot f_1(x) + a_0) \quad (1.1.3).$$

1.2 Аналитическая зависимость от качественных факторов

Пусть имеется табличная функция, определенная на множестве (*α, β, …, ω*) и принимающая действительные значения:

$F(\Psi)$	Ψ
f_1	α
f_2	β
…	…
f_n	ω

(1.2.1)

где $F(\Psi)$ - функция от дискретной переменной Ψ

f - значения функции $F(\Psi)$

Ψ - переменная, принимающая значения из множества (*α, β, …, ω*).

Сопоставим каждой точке (f_n, ω) некоторого пространства $(F(\Psi), \Psi)$ единственным образом точку (f_n, x) декартова пространства, где x - любые несовпадающие действительные числа. Таким образом, получим, что каждой функции $F(\Psi)$, определенной на множестве (*α, β, …, ω*), соответствует функция $F(x)$, определенная на множестве действительных чисел.

Из свойств, приведенных в п. 2.1 следует, что множество точек (f_n, x) можно описать функцией вида (1.1.2) или (1.1.3) аналитическим способом. А это значит, что зная преобразования $\Psi \to x$ или $x = \varphi(\Psi)$, что одно и тоже, можно функцию $F(\Psi)$ представить в аналитическом виде:

$$F(\varphi(\Psi)) = a_n \cdot f_n(\varphi(\Psi)) + a_{n-1} \cdot f_{n-1}(\varphi(\Psi)) + ... + a_1 \cdot f_1(\varphi(\Psi)) + a_0 \quad (1.2.2)$$

или

$$F(\varphi(\Psi)) = \Phi(a_n \cdot f_n(\varphi(\Psi)) + a_{n-1} \cdot f_{n-1}(\varphi(\Psi)) + ... + a_1 \cdot f_1(\varphi(\Psi)) + a_0) \quad (1.2.3)$$

Все преобразования пунктов 1.1 и 1.2 были сделаны для того, чтобы показать, что любую зависимость от качественных факторов можно описать с помощью аналитической функции. Причем не просто аналитической, а линейной функции. В следующем пункте показано, как можно это сделать.

1.3 Определение полиномиальной зависимости от качественных факторов

Рассмотрим более практическую задачу. Допустим, имеется выборка из N пар значений (M, Ψ). Причем значение M из множества действительных значений, а Ψ - из множества (α, β, ..., ω). Определим функцию $F(\Psi)$, которая наиболее близко описывает данную выборку.

Выборка из N значений:

M	Ψ
f_1	α
f_2	α
…	…
f_i	κ
f_{i+1}	κ
…	…
f_N	ω

(1.3.1)

Составим преобразование:

Ψ	x
α	1
β	2
…	…
ω	n

(1.3.2)

Таким образом, получим зависимость $M(\Psi(x))$ от некоторых действительных значений x:

M	x
f_1	1
f_2	1
…	…
f_i	κ
f_{i+1}	κ
…	…
f_N	n

Примечание: вместо значений (1, 2, …, n) можно выбрать абсолютно любые значения (например 0; 2, 5; 10 и т.д).

Теперь выберем вид функций $f_n(x)$ зависимости (1.2.2). Пусть это будет функции вида $f_n(x) = x^n$. Данные функции нелинейны относительно друг друга.

Примечание: вместо функции $f_n(x) = x^n$ можно взять любую другую (например $f_n(x) = \log_n x$ или $f_n(x) = n^x$).

В итоге получим функцию полинома:

$$F(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + ... + a_1 \cdot x + a_0 \quad (1.3.3)$$

Если бы мы имели n пар значений, то есть однозначное соответствие x и M, то коэффициенты a_n можно было найти, просто составив и решив систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} f_1 = a_{n-1} \cdot x_1^n + ... + a_1 \cdot x_1 + a_0, \\ f_2 = a_{n-1} \cdot x_2^n + ... + a_1 \cdot x_2 + a_0, \\ ..., \\ f_n = a_{n-1} \cdot x_n^n + ... + a_1 \cdot x_n + a_0. \end{cases} \quad (1.3.4)$$

Но пар значений может быть больше n, тогда с помощью метода наименьших квадратов можно найти полиномиальную зависимость вида (1.3.3), которая наиболее близко описывает выборку данных значений при условии $\sum (f - F(x))^2 \to \min$ или, например, $\sum (1 - \frac{F(x)}{f})^2 \to \min$. Для этого нужно решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} f_i \cdot x_i^n = a_{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^n \cdot x_i^n + ... + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^n \cdot x_i + a_0 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^n, \\ \sum_{i=1}^{N} f_i \cdot x_i^{n-1} = a_{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^{n-1} \cdot x_i^n + ... + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^{n-1} \cdot x_i + a_0 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^{n-1}, \\ ..., \\ \sum_{i=1}^{N} f_i = a_{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i^n + ... + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i + a_0 \cdot N. \end{cases} \quad (1.3.5)$$

для условия $(f - F(x))^2 \to \min$.

Теперь, для нахождения значения $F(\Psi)$ от некоторого значения Ψ, нужно по таблице (2.3.2) найти соответствующее Ψ значение x и поставить в уравнение (1.3.3).

В более общем случае, когда нужно определить вид функции от нескольких переменных, некоторые из которых дискретные, составляется суперпозиция из функций от каждой переменной, причем дискретным значениям приводятся в соответствие действительные значения и с помощью метода наименьших квадратов определятся вид аналитической зависимости.

Например зависимость:

$$G(y, \Psi) = e^{b \cdot y} \cdot F(\Psi) \quad (1.3.6)$$

где $G(y, \Psi)$ - некая функция от y и Ψ,

y - неизвестная величина, принимающая действительные значения,

b - неизвестный коэффициент,

Ψ - неизвестная величина, принимающая значения из множества (*α, β, …, ω*),

$F(\Psi)$ - функция от величины Ψ,

можно описать аналитически, представив функцию $F(\Psi)$ как $F(\varphi(\Psi)) = e^{(a_n \cdot f_n(\varphi(\Psi)) + a_{n-1} \cdot f_{n-1}(\varphi(\Psi)) + ... + a_1 \cdot f_1(\varphi(\Psi)) + a_0)}$. Прологарифмировав выражение (1.3.6) получим линейное по отношению к коэффициентам b и $a_n, a_{n-1}, ..., a_0$ уравнение:

$$\ln(G(y, \Psi)) = b \cdot y + a_n \cdot f_n(\varphi(\Psi)) + a_{n-1} \cdot f_{n-1}(\varphi(\Psi)) + ... + a_1 \cdot f_1(\varphi(\Psi)) + a_0 \quad (1.3.7),$$

Так уравнение (1.3.7) линейное, то, использовав метод наименьших квадратов, получим систему линейных уравнений, решив которую можно вычислить аналитическим путем любым методом линейной алгебры, получим зависимость в аналитическом виде.

2 Примеры оценки объекта данным методом оцифровки качественных данных

В данном разделе представлены примеры расчета данным методом. Все задачи и объекты оценки, использованные в данной статье выдуманы, но использованные методы оценки применены корректно. Описание решения задач этого раздела с помощью описанного представлено в качестве примера.

2.1 Расчет стоимости объекта оценки методом анализа иерархий

Задача 1.

Имеется офисное здание площадью 1 000 кв. м. местоположение - А, Состояние плохое. Определить стоимость, имея объекты аналоги в таблице (2.1.1)

Таблица 2.1.1 Аналоги объекта оценки

№	Характеристики	объект	аналог1	аналог2	аналог3	аналог4
1	Площадь	1000	470	576	600	2100
2	Место	Б	Б	Б	А	А
3	Состояние	плохое	уд	хор	хор	плохое
4	Стоимость, доллар	?	6538,09	8757,98	7816	25600
5	Стоимость кв.м, доллар		13,9108	15,2048	13,0267	12,1904

Оценим объект с помощью метода анализа иерархий, затем с помощью описываемого метода и сравним результаты.

Для анализа методом иерархий составим таблицу значений баллов, на основе которых будут присваиваться балы соответствующим значениям характеристик объекта оценки и аналогов:

Таблица 2.1.2

Значения баллов

Баллы	Значения баллов
1	равное влияние параметров
3	умеренное превосходство влияния на стоимость одного параметра по сравнению с другим
5	существенное превосходство влияния на стоимость одного параметра по сравнению с другим
7	значительное превосходство влияния на стоимость одного параметра по сравнению с другим

9	очень сильное превосходство влияния на стоимость одного параметра по сравнению с другим
2,4,6,8	соответствующие промежуточные значения

Выполним сравнение критериев «площади», «места» и «состояния» между собой и посчитаем весовые коэффициенты каждого по формуле:

$$K_i = \frac{\sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} A_{ij}}}{\sum_{i=1}^{n} \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} A_{ij}}} \quad (2.1.1)$$

где K_i - весовой коэффициент i-го критерия,

n - количество критериев,

A_{ij} - сравнение i-го критерия с j-м критерием (в таблице 2.2.2 i-ый критерий в столбце, с j-ый критерий в строчке).

Присваиваем каждому значение A_{ij} в соответствии с таблицей 2.1.2

Таблица 2.1.3 сравнение критериев оценки между собой

	площадь	место	состояние	Ср геометрическое	Средневзвешенное, K_i
площадь	1	7	5	3,27106631	0,730644671
место	0,142857143	1	0,33333	0,362460124	0,080961232
состояние	0,2	3	1	0,843432665	0,188394097
сумма				4,4769591	1

Аналогично проведем сравнение объекта оценки и аналогов по каждому критерию оценки:

Таблица 2.1.4 сравнение объекта оценки и аналогов по площади

	объект	аналог1	аналог2	аналог3	аналог4	Ср геометрическое	Средневзвешенное
объект	1	0,5	0,5	0,5	2	1	0,144743252
аналог1	2	1	1	1	3	1,782602458	0,258019677
аналог2	2	1	1	1	3	1,782602458	0,258019677
аналог3	2	1	1	1	3	1,782602458	0,258019677
аналог4	0,5	0,3333	0,3333	0,3333	1	0,560977573	0,081197718
сумма						6,908784947	1

Таблица 3.1.5 сравнение объекта оценки и аналогов по месту расположения

	объект	аналог1	аналог2	аналог3	аналог4	Ср геометрическое	Средневзвешенное
объект	1	1	1	0,3333	0,3333	0,644394015	0,104849906
аналог1	1	1	1	0,3333	0,3333	0,644394015	0,104849906
аналог2	1	1	1	0,3333	0,3333	0,644394015	0,104849906

аналог3	3	3	3	1	1	1,933182045	0,314549719
аналог4	3	3	3	1	1	2,279507057	0,370900561
сумма						6,145871147	1

Таблица 2.1.6 сравнение объекта оценки и аналогов по месту состоянию

	объект	аналог1	аналог2	аналог3	аналог3	Ср геометрическое	Средневзвешенное
объект	1	0,3333	0,2	0,2	1	0,581810759	0,063338868
аналог1	3	1	0,3333	0,3333	3	1,551845574	0,168941774
аналог2	5	3	1	1	5	3,27194695	0,356200726
аналог3	5	3	1	1	5	3,27194695	0,356200726
аналог4	1	0,3333	0,2	0,2	1	0,508132748	0,055317906
сумма						9,185682981	1

Далее составляем сводную таблицу средневзвешенных коэффициентов по каждому из критериев для каждого аналога и вычисляем баллы, соответствующие каждому объекту аналогу. Баллы рассчитываются как средневзвешенные значения:

$$Б = K_{площадь} \cdot A_{площадь} + K_{место} \cdot A_{место} + K_{состояние} \cdot A_{состояние} \quad (3.1.2)$$

где $Б$ - суммарный балл, соответствующий объекту оценки или аналогу,

$K_{площадь}, K_{место}, K_{состояние}$ - весовые коэффициенты каждого критерия, взятые из таблицы 2.1.3,

$A_{площадь}, A_{место}, A_{состояние}$ - средневзвешенное значение балла соответствующего критерия для (взяты из таблиц 3.1.4 – 3.1.6).

Таблица 2.1.7 средневзвешенные значения суммарных баллов для объекта оценки и объектов аналогов

	площадь	место	состояние	баллы
K_i	0,730644671	0,080961232	0,188394097	1
объект	0,21568019	0,104849906	0,063338868	0,178007028
аналог1	0,090949016	0,104849906	0,168941774	0,106767824
аналог2	0,090949016	0,104849906	0,356200726	0,142046306
аналог3	0,090949016	0,314549719	0,356200726	0,159023861
аналог4	0,511472762	0,370900561	0,055317906	0,414154981
сумма				1

Вычислим стоимость квадратного метра объекта оценки, воспользовавшись условием:

$$C_0 = \sum_{i=1}^{4} C_i \cdot Б_i + C_0 \cdot Б_0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow C_0 = \frac{\sum_{i=1}^{4} C_i \cdot Б_i}{(1 - Б_0)} \quad (2.1.3),$$

где C_0 - стоимость квадратного метра площади объекта оценки,

$Б_0$ - величина балла для объекта оценки, взятая из таблицы (2.1.7),

C_i - стоимость квадратного метра объекта аналога i –го объекта аналога,

$Б_i$ - балл i –го объекта налога.

Получим значение стоимости равное $C_0 = 13{,}82107$ долл./кв. м. Откуда получим стоимость объекта оценки равную $13821{,}07$ долларов.

Выполним данную задачу описанным в данной статье методом. Для этого составим таблицы соответствия качественных параметров места расположения, состояния помещения и доступности.

Таблица 2.1.8 Значения местоположения

Место расположения	x_1
А	1
Б	2

Таблица 2.1.9 Значения состояния

Состояние	x_2
плохое	1
удовлетворительное	2
хорошее	3

В принципе, на этом оцифровка параметров закончена. Теперь выберем вид функции. Предлагается такой вид функции стоимости квадратного метра от параметров:

$$C(x_1, x_2) = a_1 \cdot x_1 + a_0 + b_2 \cdot x_2{}^2 + b_1 \cdot x_2 + b_0 \quad (2.1.4)$$

где $C(x_1, x_2)$ - стоимость квадратного метра объекта оценки,

x_1, x_2 - переменные из действительных чисел, соответствующие ценообразующим факторам,

a_1, a_0, b_2, b_1, b_0 - неизвестные определяемые коэффициенты

Используем метод наименьших квадратов с условием минимума $\sum (f - F(x))^2 \to \min$. Подставим выражение (2.1.4) в условие минимума, продифференцируем по каждому определяемому параметру и получим систему:

$$\sum((C-(a_1\cdot x_1+b_2\cdot x_2^2+b_1\cdot x_2+(a_0+b_0)))^2)'=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sum_{i=1}^{N}C\cdot x_1=a_1\cdot\sum_{i=1}^{N}x_1^{\,2}+b_2\cdot\sum_{i=1}^{N}x_1\cdot x_2^{\,2}+b_1\cdot\sum_{i=1}^{N}x_1\cdot x_2+(a_0+b_0)\cdot\sum_{i=1}^{N}x_1,\\ \sum_{i=1}^{N}C\cdot x_2^{\,2}=a_1\cdot\sum_{i=1}^{N}x_1\cdot x_2^{\,2}+b_2\cdot\sum_{i=1}^{N}x_2^{\,4}+b_1\cdot\sum_{i=1}^{N}x_2^{\,3}+(a_0+b_0)\cdot\sum_{i=1}^{N}x_2^{\,2},\\ \sum_{i=1}^{N}C\cdot x_2=a_1\cdot\sum_{i=1}^{N}x_1\cdot x_2+b_2\cdot\sum_{i=1}^{N}x_2^{\,3}+b_1\cdot\sum_{i=1}^{N}x_2^{\,2}+(a_0+b_0)\cdot\sum_{i=1}^{N}x_2,\\ \sum_{i=1}^{N}C=a_1\cdot\sum_{i=1}^{N}x_1+b_2\cdot\sum_{i=1}^{N}x_2^{\,2}+b_1\cdot\sum_{i=1}^{N}x_2+(a_0+b_0)\cdot N.\end{cases}\quad(2.1.7)$$

Подставим в систему данные таблиц 2.1.1, 2.1.8, 2.1.9 и, решив ее с помощью программы Excel методом Гаусса, получим уравнение стоимости квадратного метра объекта оценки:

$$C(x_1,x_2)=2{,}178155556\cdot x_1+0{,}875897197\cdot x_2^{\,2}-3{,}085493549\cdot x_2+12{,}22191699\,.(2.1.5)$$

Так как количество аналогов равно количеству определяемых коэффициентов, то тот же результат был бы получен, если бы была составлена система (1.3.4).

Благодаря этой формуле, можно не только оценить существующий объект оценки, но и посмотреть, как будет меняться стоимость в зависимости от изменения, каких либо факторов. То есть, вычислив функцию (2.1.5) по большому количеству статистических данных, можно унифицировать процесс оценки и составлять такие функции, например, для офисных площадей различных классов, категории площадей, районов. Описываемый метод станет незаменимым инструментом.

Стоимость объекта, вычисленная описываемым в данной статье методом составила 14368,63 доллара, что на 4% больше, чем стоимость, полученная методом анализа иерархий (13821,07 доллара). Это небольшое отличие может быть объяснено двумя причинами:

1. при вычислении методом иерархий дважды было проведено оцифровывание критериев. Причем оцифровывание проводилось на основе опыта оценщика, который мог опираться на стоимости сотен объектов аналогов.

2. как бы сложно ни выглядел метод анализа иерархий, он в конечном итоге представляет собой линеаризацию зависимостей стоимости от критериев. Метод же, который описывается данной в статье, опирается на нахождении реальной зависимости между стоимостью объекта оценки и ценообразующими критериями.

В конце концов, погрешность в 4% вписывается в допустимую погрешность при оценке.

2.2 Расчет стоимости объекта оценки методом парных сравнений

Задача 2.

Необходимо оценить оборудование: печатная машинка Meidelberg, SM 74-6-P-L, 1999 г. Имеются данные по стоимости аналогов (таб. (2.2.1)), представленные в таблице. Причем аналоги отличаются друг от друга какими-либо качественным ценообразующими параметрами (L, X, год выпуска).

Таблица 2.2.1 Аналоги печатной машинки Meidelberg, SM 74-6-P-L

№	Наименование аналога	Стоимость, тыс. руб.	Год выпуска
1	SM 74-6-P	13 550	1998
2	SM 74-6-P+LX	18 200	2000
3	SM 74-6-P+X	14 700	1999
4	SM 74-6-P+X	16 150	2000
5	SM 74-6-P+X	14 000	1998

где L – наличие лакокрасочной техники;

X – наличие удлиненной приемки.

Согласно методу парных сравнений необходимо провести несколько корректировок цены:

1. Корректировка по году выпуска.

- аналоги 3 и 4. Цена поднялась с 1999 по 2000 гг на 1450 тыс. руб., что составляет 9%;
- аналоги 5 и 3. Цена поднялась с 1998 по 1999 гг на 700 тыс. руб., что составляет 5%;
- аналоги 5 и 4. Цена поднялась с 1998 по 200 гг на 2150 тыс. руб, что составляет 7% в год.

Принимаем среднее значение в 7%.

2. Корректировка на наличие лакокрасочной секции

Аналоги 2 и 4. Цена поднялась на 2050 тыс. руб, что составляет 13%

3. Корректировка на наличие удлиненной секции

Аналоги 1 и 5. Цена поднялась на 450 тыс. руб, что составляет 3%.

Составим таблицу скорректированных цен:

Таблица 2.2.2

№	Наименование аналога	Корректировка по году выпуска	По наличию L	По наличию X	Сумма корректировок	Стоимость, тыс. руб.

1	SM 74-6-P	+7%	+13%	0%	+20%	16 260
2	SM 74-6-P+LX	-7%	0%	-3%	-10%	16 380
3	SM 74-6-P+X	0%	+13%	-3%	+10%	16 170
4	SM 74-6-P+X	-7%	+13%	-3%	+3%	16 635
5	SM 74-6-P+X	+7%	+	-3%	+17%	16 380

Среднее значение: 16 356 тыс. руб.

Среднее квадратичное отклонение: 175 тыс. руб.

Коэффициент вариации: 0,01.

Выполним данную задачу описанным в данной статье методом. Для этого Составим таблицы соответствия качественных параметров L и X

Таблица 2.2.3 Значения L

L	x_1
нет	1
есть	2

Таблица 2.2.4 Значения X

X	x_2
нет	1
есть	2

Где x_1 и x_2 переменные из действительных чисел, соответствующие ценообразующим факторам. С учетом того, что в большинстве случаев остаточная стоимость убывает по экспоненте, введем функцию вида:

$$C(t,x_1,x_2)=e^{a\cdot t+b}\cdot e^{c_1\cdot x_1+c_0}\cdot e^{d_1\cdot x_2+d_0} \quad (2.2.1)$$

где $C(t,x_1,x_2)$ - стоимость объекта оценки,

t - срок эксплуатации,

a,b,c_1,c_0,d_1,d_0 - неизвестные определяемые коэффициенты.

Виды функция для ценообразующих факторов были выбраны вида (1.2.3) с $n=2$ для того, чтобы после логарифмирования основного выражения (2.2.1) получить линейную зависимость для облегчения вычислений.

Прологарифмируем выражение (2.2.1):

$$\ln(C(t,x_1,x_2))=a\cdot t+b+c_1\cdot x_1+c_0+d_1\cdot x_2+d_0 \quad (2.2.2)$$

Используем метод наименьших квадратов с условием минимума $\sum(1-\frac{F(x)}{f})^2\rightarrow\min$. Данное условие взято с тем условием, что нас интересует определение относительной величины погрешности стоимости. Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N}\frac{t}{\ln(C)} = a\cdot\sum_{i=1}^{N}(\frac{t}{\ln(C)})^2 + c_1\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{t\cdot x_1}{\ln^2(C)} + c_2\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{t\cdot x_2}{\ln^2(C)} + (b+c_0+d_0)\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{t}{\ln^2(C)}, \\ \sum_{i=1}^{N}\frac{x_1}{\ln(C)} = a\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{t\cdot x_1}{\ln^2(C)} + c_1\cdot\sum_{i=1}^{N}(\frac{x_1}{\ln(C)})^2 + c_2\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{x_1\cdot x_2}{\ln^2(C)} + (b+c_0+d_0)\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{x_1}{\ln^2(C)}, \\ \sum_{i=1}^{N}\frac{x_2}{\ln(C)} = a\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{t\cdot x_2}{\ln^2(C)} + c_1\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{x_1\cdot x_2}{\ln^2(C)} + c_2\cdot\sum_{i=1}^{N}(\frac{x_2}{\ln(C)})^2 + (b+c_0+d_0)\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{x_2}{\ln^2(C)}, \\ \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\ln(C)} = a\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{t}{\ln^2(C)} + c_1\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{x_1}{\ln^2(C)} + c_2\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{x_2}{\ln^2(C)} + (b+c_0+d_0)\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\ln^2(C)}. \end{cases} \quad (2.2.3)$$

Составим таблицу зависимости стоимости объекта оценки от ценообразующих факторов:

Таблица 2.2.5 Зависимость стоимость от ценообразующих факторов

№	Наименование аналога	Стоимость, тыс. руб.	Срок эксплуатации, лет	Параметр x_1	Параметр x_2
1	SM 74-6-P	13 550	11	1	1
2	SM 74-6-P+LX	18 200	9	2	2
3	SM 74-6-P+X	14 700	10	1	2
4	SM 74-6-P+X	16 150	9	1	2
5	SM 74-6-P+X	14 000	11	1	2

Подставив в систему (2.2.3) данные из таблицы 2.2.5 и, решив данную систему в Exel методом Гаусса, получим уравнение:

$$C(t,x_1,x_2) = e^{-0,0714316\cdot t+0,12704861\cdot x_1+0,025123717\cdot x_2+10,14771446} \quad (2.2.4)$$

Для проверки поставим в формулу (2.2.4) значения параметров аналогов. Затем составим таблицу стоимостей аналогов и отклонений вычисленной функции от реальной стоимости аналогов по формуле:

$$\Delta = \frac{C(t,x,x)-C}{C} \quad (2.2.5),$$

где $C(t,x_1,x_2)$ - стоимость объектов аналогов, вычисленная по полученной формуле,

C - реальная стоимость объектов оценки,

t, x_1, x_2 - ценообразующие параметры.

Таблица 2.2.5 Погрешности определения стоимостей объектов аналогов, вычисленных по формуле

№	Наименование аналога	Стоимость, тыс. руб.	Вычисленная стоимость, тыс. руб.	Погрешность, %

1	SM 74-6-P	13 550	13550,00	0,00%
2	SM 74-6-P+LX	18 200	18200,00	0,00%
3	SM 74-6-P+X	14 700	14923,21	-1,52%
4	SM 74-6-P+X	16 150	16026,39	0,77%
5	SM 74-6-P+X	14 000	13895,97	0,74%

Как видим из таблицы (2.2.5), формула дает погрешность около 1%.

Вычислим стоимость объекта оценки, подставив в формулу (2.2.4) значения ценообразующих факторов объекта оценки:

$$C(t, x_1, x_2) = e^{-0,0714316\cdot10+0,12704861\cdot2+0,025123717\cdot1+10,14771446} = 16525 \text{ тыс. руб.} \quad (2.2.6)$$

Полученный результат хорошо согласован с формулой и значениями стоимостей объектов аналогов с точностью 1%, также, отличие от вычисленной стоимости объекта оценки методом парных сравнений, тоже составляет 1% (16 356 тыс. руб.).

2.3 Интерпретация и условия применимости метода

Как и любого метода, у данного есть условия применимости.

Рассмотрим функцию стоимости:

$$F(x) = \Phi(a_n \cdot f_n(x) + a_{n-1} \cdot f_{n-1}(x) + ... + a_1 \cdot f_1(x) + a_0) \quad (2.3.1)$$

Данная функция по своему определению (см п. 1.1) такова, что можно произвести следующие преобразования:

$$\Phi^I(F(x)) = a_n \cdot f_n(x) + a_{n-1} \cdot f_{n-1}(x) + ... + a_1 \cdot f_1(x) + a_0 \quad (2.3.2)$$

где Φ^I - преобразование, обратное Φ (см. п. 2.1).

Данное уравнение 2.3.2 не что иное, как уравнение плоскости в $n+1$-мерном пространстве $(\Phi^I(F(x)), f_n(x), f_{n-1}, ..., f_1(x))$ (см. рисунок 2.3.1). Вследствие того, что плоскость в $n+1$-мерном пространстве должна определяться не менее чем $n+1$ количеством точек, следуют следующие условия применимости метода:

1. значение любого качественного значимого фактора объекта оценки, который встречается в определяемой формуле, должно обязательно присутствовать хотя бы у одного объекта аналога .

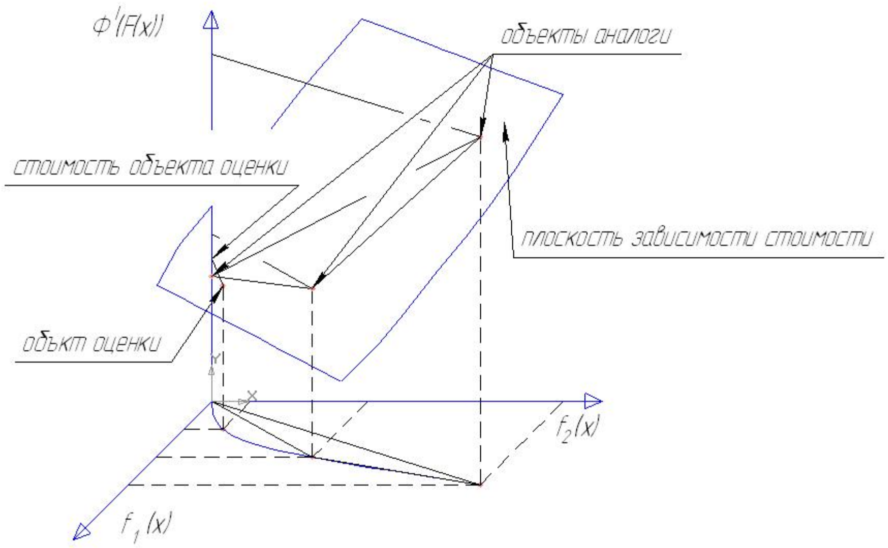

Рисунок 2.3.1 – Вид плоскости $Ф^I(F(x)) = a_2 \cdot f_2(x) + a_1 \cdot f_1(x) + .a_0$ в трехмерном линейном пространстве.

Так как в общем случае, зависимость стоимости от ценообразующих факторов представляет собой некую поверхность в координатах факторов (см. рисунок 2.3.2), то вытекают еще два условия применения:

2. количество аналогов должно быть не меньше, чем определяемых данным методом коэффициентов;
3. количество определяемых коэффициентов при факторах с действительными значениями не должно превышать количество несовпадающих точек (объектов аналогов с различными значениями данного фактора).

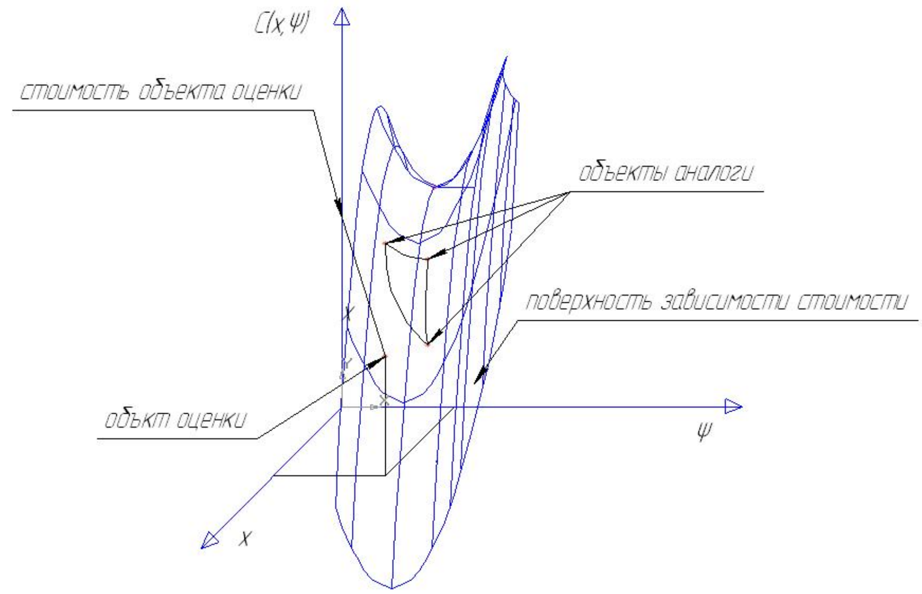

Рисунок 2.3.2 – Вид зависимости $C(x,\Psi) = F(f_2(x), f_1(\Psi))$ в трехмерном пространстве.

Заключение

В рамках объема статьи не представляется возможным описать все возможности данного метода. Однако уже тот факт, что данный способ:

- позволяет унифицировать такие методы как «метод парных сравнений», «метод золотого сечения», «метод анализа иерархий» и т.д.;
- позволяет оцифровывать качественные характеристик объектов оценки;
- в некоторых условиях дает более точные результаты, чем хорошо известные методы;
- дает возможность найти зависимости стоимостей объектов оценки от различных факторов и при большой выборке и точности дает использовать эти зависимости для оценки других объектов. Что позволит значительно сократить время.

он имеет право на существование и использование.

Целью данной статьи было не только представить данный метод, но и показать, что его легко реализовать на ЭВМ, не прибегая к использованию специальных математических программ. Так как результатом выкладок практически всегда можно получить систему линейных уравнений, то, использовав офисный пакет Excel, легко реализовать ее решение с помощью методов линейной алгебры. В более сложных случаях, когда в результате преобразований получается система нелинейных уравнений (например при наличии в зависимости суммы экспоненциальных функций от неизвестных переменных и т.д.) можно использовать функцию надстройки Excel или программу MathCad, в которой реализованы некоторые методы решения систем нелинейных уравнений с несколькими переменными.

Литература

1. Федеральный закон об оценочной деятельности в Российской федерации от 16 июля 1998 г в редакции от 27.07.2006 N 157-ФЗ;
2. Федеральный стандарт оценки «Требования к отчету об оценке (ФСО N3)»;
3. Дерябин Ю., Климов А., Применение метода анализа иерархий при использовании метода сравнительного анализа продаж (определение стоимости оцениваемого объекта путем сопоставления аналогов), «Виртуальный каталог оценщика» (ВКО), 2000;
4. Бер Р., Линейная алгебра и проективная геометрия. М.: Издательство иностранной литературы, 1955;
5. Бугров Я. С., Никольский С.М., Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.; Наука, 1980;
6. Зорич В.А., Математический анализ. Часть 1. М.; МЦНМО, 2001;
7. Зорич В.А., Математический анализ. Часть 2. М.; МЦНМО, 2001.